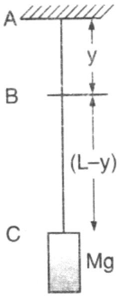
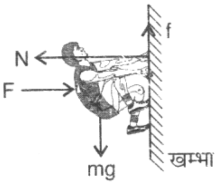
PHYSICS

1. आइन्स्टाइन का नाम आपेक्षिकता के सिद्धान्त (theory of relativity) से जुड़ा है यद्यपि उन्हें नोबेल पुरस्कार प्रकाश-वैद्युत प्रभाव (photo electric effect) के लिये मिला था।
2. गैलिलियो ने जड़त्व के नियम की खोज की थी।
3. एस० चन्द्रशेखर व ए० सलाम जन्म से भारतीय थे।
4. बेतारी तार संचार (wireless telegraphy) का आविष्कार मारकोनी ने किया था।
5. दिया गया समय, $t = 140$ सेकण्ड
   1 चक्कर पूरा करने में लगा समय = 40 सेकण्ड
   इस प्रकार, एथलीट, दिये गये समय में साढ़े तीन (three and half) चक्कर पूरे करता है। अतः उसका विस्थापन $2R$ होगा।
6. त्वरण-समय ग्राफ के अन्तर्गत क्षेत्रफल वेग-परिवर्तन को प्रदर्शित करता है।
   चूँकि कण $u = 0$ वेग से गति प्रारम्भ करता है, इसलिये वेग-परिवर्तन $= v_{\text{अन्तिम}} - v_{\text{प्रारम्भिक}} = v_{\text{अधिकतम}} - 0 = a - t$ ग्राफ के अन्तर्गत क्षेत्रफल
   $= \frac{1}{2} \times 10 \times 11 = 55$ मी/से
7. यदि किसी कण का स्थान बदलता है तो विस्थापन व दूरी का मान समान होना चाहिए।
8. विस्थापन के परिमाण के बराबर दूरी तय करने के लिये कण को नियत वेग से चलना होगा।
9. $v_x = \frac{dx}{dt} = 6$ तथा $v_y = \frac{dy}{dt} = 8 - 10t = 8 - 10 \times 0 = 8$
   $\therefore \; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ मी/से
10. $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ या $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
11. उच्चतम बिन्दु पर वेग, $\vec{v}_h = \hat{i}\,(u\cos\theta)$
    प्रारम्भिक बिन्दु पर वेग, $\vec{v}_s = \hat{i}\,(u\cos\theta) + \hat{j}\,(u\sin\theta)$
    $\therefore |\Delta \vec{v}| = |\{\hat{i}\,(u\cos\theta) - \hat{i}\,(u\cos\theta) - \hat{j}\,(u\sin\theta)\}|$
    $= u\sin\theta$
12. उच्चतम बिन्दु पर चाल $v_h = u\cos\theta$
    ($\therefore$ उच्चतम बिन्दु पर चाल का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य हो जाता है)
    आरम्भिक बिन्दु पर चाल $v_s = u$
    अतः, चाल में परिवर्तन $= (u\cos\theta - u)$
13. जंजीर का द्रव्यमान/लम्बाई $= M/L$
    जंजीर के AB भाग में तनाव; जंजीर के BC भाग के भार के कारण होगा, अर्थात् अभीष्ट तनाव
    $= \frac{M}{L} \times (L - y) \times g$
    $= \frac{Mg(L - y)}{L}$

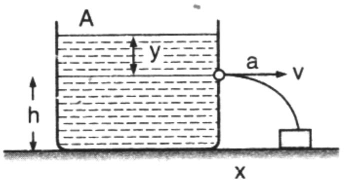


14. यहाँ $\mu = 0.8$
    मानाकि F वह क्षैतिज बल है जो कि लड़का खम्भे पर लगा रहा है।
    लड़के पर कार्यरत विभिन्न बल चित्र में दिखाये गये हैं।
    घर्षण बल, $f = \mu N = mg$
    $\therefore \quad N = \frac{mg}{\mu}$
    $= \frac{40 \times 10}{0.8} = 500$ न्यूटन



$F = N = 500$ न्यूटन

15. नाव के पात पर फेंकी गई हवा आगे की ओर बल लगायेगी परन्तु पंखे द्वारा भी समान व विपरीत बल का अनुभव किया जायेगा। चूँकि पंखा भी नाव का ही हिस्सा है। अतः नाव पर नेट बल शून्य होगा, अर्थात् नाव पहले की तरह स्थिर रहेगी।
16. पिंजड़ा तार का बना हुआ है। अतः पिंजड़े में स्थित हवा पिंजड़े से सम्बद्ध नहीं है बल्कि यह वायुमण्डलीय हवा के सम्पर्क में है। अतः जब चिड़िया पिंजड़े के अन्दर उड़ना शुरु करती है तो इसका भार अनुभव नहीं किया जाता और पिंजडा पहले से हल्का प्रतीत होता है। परन्तु, यदि चिड़िया एक शीशे के बन्द पिंजड़े के फर्श पर बैठी है तथा यह कुछ त्वरण के साथ ऊपर की ओर उड़ना आरम्भ करती है तो पिंजड़े का भार पहले से अधिक प्रतीत होगा।
17. $m_1 = 2$ किग्रा, $m_2 = 4$ किग्रा, $h_1 = 60$ फुट, $h_2 = 30$ फुट
    $(h_1 - h_2) = 30$ फुट $= \frac{30 \times 12 \times 2.54}{100}$ मीटर
    स्थितिज ऊर्जा में कमी = गतिज ऊर्जा में वृद्धि
    $mg(h_1 - h_2) = K_f - K_i = K_f \qquad (\because K_i = 0)$
    $\therefore \quad \frac{(K_f)_1}{(K_f)_2} = \frac{m_1\, g(h_1 - h_2)}{m_2\, g(h_1 - h_2)} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$
18. माना कि प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा $= x$
    $\therefore$ अन्तिम गतिज ऊर्जा $= \frac{300x}{100} + x = 4x$
    प्रारम्भिक संवेग $= mu$
    परन्तु $\frac{1}{2} mu^2 = x$
    $\therefore$ प्रारम्भिक संवेग $= m\sqrt{\frac{2x}{m}} = \sqrt{2mx}$
    अन्तिम संवेग $= mv$
    अन्तिम गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} mv^2 = 4x$
    या $\quad mv^2 = 8x$ या $v = \sqrt{8x/m}$
    अन्तिम संवेग $= m\sqrt{\frac{8x}{m}} = \sqrt{8mx}$
    संवेग में प्रतिशत वृद्धि
    $= \frac{\sqrt{8mx} - \sqrt{2mx}}{\sqrt{2mx}} \times 100$
    $= \frac{2\sqrt{2mx} - \sqrt{2mx}}{\sqrt{2mx}} \times 100 = 100\%$
19. $a = \frac{K}{r^2}$ (जहाँ K एक नियतांक है)
    $\frac{dv}{dr} = \frac{K}{r^2}$ या $v = \int \frac{K}{r^2}\, dr = -\frac{K}{r}$
    $\therefore \quad \text{KE} = \frac{1}{2} mv^2 \propto r^{-2}$
20. सूक्ष्मस्तरीय पैमाने पर ऊर्जा के सभी रूप या तो गतिज या स्थितिज हैं।
21. बहिःस्राव वेग
    $v = \sqrt{2gy}$
    परास $\quad x = \sqrt{2gy} \times \sqrt{\frac{2h}{g}}$
    गुटके का वेग (dx/dt) होना चाहिये।
    $v_b = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \times \frac{\sqrt{2g} \times 1}{2\sqrt{y}} \frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{y}} \frac{dy}{dt} \qquad \ldots(1)$
    अविरतता की समीकरण प्रयोग करने पर
    $A\frac{dy}{dt} = a\sqrt{2gy} \qquad \ldots(2)$

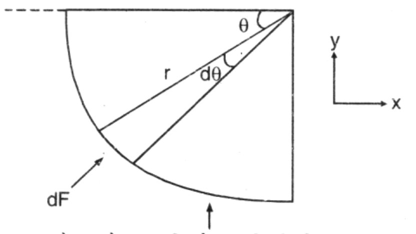


समीकरण (1) एवं (2) से

$$v_b = \sqrt{\frac{h}{y}} \times \frac{a}{A}\sqrt{2gy}$$

$$= \sqrt{2gh} \times \frac{a}{A} = 20 \times \frac{1}{20} = 1 \text{ मी/से}$$

23. बेलन को सन्तुलन में रखने के लिए, इस पर जो बल लगाया जाता है, वह बेलन पर द्रव द्वारा लगाये गये बल के बराबर एवं विपरीत है। अब हम द्रव द्वारा बेलन पर लगाये गये बल पर विचार कर रहे हैं। दिखाये गये तत्व (element) के लिये :



बेलन के उस हिस्से का द्वि विमीय दृश्य जो कि द्रव के सम्पर्क में है

$$p = \rho g \times r \sin\theta$$

$$\therefore \quad dF = p\,dA = \rho g r \sin\theta [r d\theta \times l]$$

$$= \rho g l r^2 \sin\theta d\theta$$

$$\vec{dF} = (dF\cos\theta)\hat{i} + (dF\sin\theta)\hat{j}$$

$$\vec{F} = \int_0^{\pi/2}[(dF\cos\theta)\hat{i} + (dF\sin\theta)\hat{j}]$$

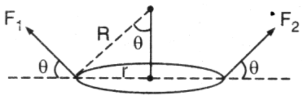
$$= \frac{\rho g l r^2}{2}[\hat{i} + \frac{\pi}{2}\hat{j}]$$

अतः अपेक्षित बल, $\vec{F_1} = -\vec{F}$

$$|\vec{F_1}| = \frac{\rho g l r^2}{2}\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4}}$$

अतः, हम पाते हैं कि, $\alpha = 4$

24. चित्र से स्पष्ट है कि $r = R\sin\theta$



पृष्ठ तनाव के कारण बल $F = 2\pi r \times T\sin\theta$

$$= 2\pi R T \sin^2\theta$$

अतः हम पाते हैं कि $n = 2$

CHEMISTRY

26. (*a*) (a) गुणा तथा भाग में न्यूनतम यथार्थ संख्या 0.112 में 3 सार्थक अंक हैं। अतः परिणाम में 3 सार्थक अंक होने चाहिए।

(b) गुणा में, 5 यथार्थ अंक हैं तथा दूसरी संख्या में 4 सार्थक अंक हैं अतः परिणाम में 4 सार्थक अंक होने चाहिए।

(c) जोड़ (अथवा घटा) में, परिणाम में दशमलव के पश्चात् जोड़ने (अथवा घटाने) वाली किसी भी संख्या से अधिक अंक नहीं होने चाहिए अतः परिणाम में 4 सार्थक अंक होने चाहिए।

27. (*d*) $3F^- \equiv 1$ सूत्र इकाई (AlF_3)

$$3.0 \times 10^{24} F^- = 1 \times 10^{24} \text{ सूत्र इकाई } (AlF_3)$$

28. (*c*) $(NH_4)_3PO_4$ के एक मोल में हाइड्रोजन के 12 मोल परमाणु हैं।

$\therefore$ हाइड्रोजन परमाणुओं के 12 मोल $\equiv (NH_4)_3PO_4$ का 1 मोल

$\therefore$ हाइड्रोजन परमाणुओं का 1 मोल $= (NH_4)_3PO_4$ का $\frac{1}{12}$ मोल

$\therefore$ हाइड्रोजन परमाणुओं के 6.36 मोल

$= (NH_4)_3PO_4$ के $\frac{1}{12} \times 6.36$ मोल $= \frac{6.36}{12}$ मोल $(NH_4)_3PO_4$

$\therefore$ 1 मोल $(NH_4)_3PO_4 = 4$ मोल ऑक्सीजन

अतः $(NH_4)_3PO_4$ के $\frac{6.36}{12}$ मोल मे ऑक्सीजन परमाणु के मोलों की संख्या $= \frac{4 \times 6.36}{12} = 2.12$ मोल

29. (*b*) (a) $A + B_2 \longrightarrow AB_2$

उपरोक्त समीकरण के अनुसार, A का 1 परमाणु B के 1 अणु के साथ क्रिया करता है।

अतः A के 200 परमाणु B के 200 अणुओं के साथ क्रिया करेंगे।

अतः B सीमान्त अभिकर्मक है तथा A अधिकता में रहेगा।

(b) उपरोक्त समीकरण के अनुसार, A के 1 मोल, B के 1 मोल के साथ क्रिया करते हैं।

अतः A के 2 मोल, B के 2 मोल के साथ क्रिया करेंगे। इस दशा में A सीमान्त अभिकर्मक है तथा B अधिकता में रहेगा।

(c) कोई भी सीमान्त अभिकर्मक नहीं है।

(d) B के 2.5 मोल की क्रिया करने के लिए केवल A के 2.5 मोल की आवश्यकता है। अतः B सीमान्त अभिकर्मक है तथा A आधिक्य में है।

30. (*c*) 1 परमाणु का भार $= 1.8 \times 10^{-22}$ ग्राम

6.02×10^{23} परमाणुओं का भार

$= 6.02 \times 10^{23} \times 1.8 \times 10^{-22}$ ग्राम

$= 6.02 \times 1.8 \times 10$ ग्राम $= 108.36$ ग्राम

$\therefore$ तत्व का परमाणु भार $= 108.36$ ग्राम

31. (*a*) $\frac{\text{धातु } X \text{ का भार}}{\text{धातु } Y \text{ का भार}} = \frac{\text{धातु } X \text{ का तुल्यांकी भार}}{\text{धातु } Y \text{ का तुल्यांकी भार}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2}$,

$$E_1 = \frac{w_1}{w_2} \times E_2$$

32. (*b*) डॉल्टन का आंशिक दाब का नियम उन गैसों पर लागू नहीं होता है जो रासायनिक रूप से अभिक्रिया करती है तथा अभिकारकों की अपेक्षा भिन्न संख्या में उत्पादों को बनाती है। इस नियम का पालन न करने वाली कुछ गैसें हैं

$SO_2 + Cl_2, CO + Cl_2, NO + O_2, NH_3 + HCl$ तथा $H_2 + Cl_2$

33. (*b*) हम जानते हैं कि घनत्त्व, $d = \frac{pM}{RT}$

$$d \propto \frac{1}{T} \quad \text{तथा} \quad d \propto p$$

अतः नियॉन का घनत्व 0° C तथा 2 वायुमण्डल पर अधिकतम है

34. (*d*) विसरण की दर अणुभार के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

$$r \propto \sqrt{\frac{1}{M}}$$

अतः विसरण की दर का क्रम है

$$CO_2 > SO_2 > SO_3 > PCl_5$$

35. (*c*) स्थिर ताप तथा दाब पर, मिश्रण में दो गैसों का द्रव्यमान समान है।

अतः $M_{N_2} = M_{O_2}$

36. (*a*) $\frac{d}{p} = \frac{M}{RT}$

माना गैस B का घनत्व $= d$

तथा गैस A का घनत्व $= 2d$

A का अणुभार $= M$

अतः B का अणुभार $= 3M$

$$p_A = \frac{M_A}{d_A} \quad \text{तथा} \quad p_B = \frac{M_B}{d_B}$$

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{M_A}{d_A} \times \frac{d_B}{M_B} = \frac{M}{2d} \times \frac{d}{3M} = \frac{1}{6}$$

37. (*d*) $\left[p + \frac{a}{V^2}\right]V = RT$

$$pV + \frac{a}{V} = RT$$

$$\frac{pV}{RT} + \frac{a}{VRT} = 1$$

$$\frac{pV}{RT} = \left(1 - \frac{a}{VRT}\right) = Z$$

38. (*a*) कोणीय संवेग, $mvr = \frac{nh}{2\pi} = \frac{3 \times h}{2\pi} = \frac{1.5h}{\pi}$

$$= 3\hbar \qquad \left[\because \hbar = \frac{h}{2\pi}\right]$$

39. (*c*)

40. (*b*) $m = 10$ ग्राम $= 10 \times 10^{-3}$ किग्रा

वेग में अनिश्चित्‌ता (Δv) = 90 मी से$^{-1}$ का 4% $= \frac{4 \times 90}{100}$

$= 3.6$ मी से$^{-1}$

हाइजेनबर्ग के अनिश्चित्‌ता के सिद्धान्त के अनुसार,

$$\Delta x.\Delta v = \frac{h}{4\pi m} \quad \text{अथवा} \quad \Delta x = \frac{h}{4\pi m \Delta v}$$

स्थान में अनिश्चित्‌ता

$$\Delta v = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 10 \times 10^{-3} \times \times 3.6} = 1.46 \times 10^{-33} \text{ मी}$$

41. (*c*) हम जानते हैं कि गतिज ऊर्जा $= eV = \frac{1}{2}mv^2$

अतः $\frac{1}{2}mv^2 = eV$

$$v^2 = \frac{2eV}{m} \quad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

42. (*c*) आवेशित कण से सम्बन्धित दे-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य निम्न है।

इलेक्ट्रॉन के लिए, $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}$ Å.

प्रोटॉन के लिए, $\lambda = \frac{0.286}{\sqrt{V}}$ Å

α-कणों के लिए, $\lambda = \frac{0.101}{\sqrt{V}}$ Å

43. (*c*) कोणीय नोड़ों की संख्या $= l$

4वें कक्षक के लिए ($n = 4$) तथा $l = 2$, *d* कक्षकों के लिए

$\therefore$ कोणीय नोड़ों की संख्या = 2

44. (*c*) इलेक्ट्रॉन घनत्व ψ^2 के अनुक्रमानुपाती होता है। इलेक्ट्रॉन घनत्व का मान जितना अधिक होता है, ψ^2 का मान उतना ही अधिक होता है जिसके कारण इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की प्रायिकता अधिक होती है।

45. (*a*) $d_{x^2-y^2}$ कक्षक के चार द्विकविन्यास *x* तथा *y* अक्ष के परितः होते हैं। जब d_{z^2} कक्षक के दो द्विकविन्यास *z* अक्ष के परितः होते हैं तथा *xy* तल में नाभिक के परितः ऋणावेश का वलय बनाते हैं। 2*s* कक्षक का केवल एक गोलीय नोड होता है जहाँ इलेक्ट्रॉन घनत्व शून्य होता है। *p*-कक्षक का दिशात्मक व्यवहार होता है।

46. (*c*) सेल अभिक्रिया है

$$H_2(g) + I_2(s) \rightleftharpoons 2H^+(aq) + 2I^-(aq)$$

$$0.7714 = 0.535 - \frac{0.0591}{2}\log\frac{[H^+][I^-]^2}{p_{H_2}}$$

$$\therefore \quad pH = 3$$

47. (*b*) $2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2$

$$Q = \frac{1}{[H^+]^2}$$

$$E = E^\circ_{SHE} - \frac{0.0591}{2}\log\frac{1}{[H^+]^2}$$

$$-0.413 = 0 + \frac{0.0591}{2}\log[H^+]^2$$

$$0.413 = -0.0591\log[H^+]$$

[चूँकि $-\log[H^+] = pH$]

$$= 0.0591\,pH$$

$$\therefore \quad pH = \frac{0.413}{0.0591} = 7$$

48. (*d*) H_2 गैस के 560 मिली $= \frac{560}{11200}$ मोल H_2 गैस

$= 0.05$ मोल $= 0.05 \times 96500$ कूलॉम

$= 4825$ कूलॉम

अतः विद्युत धारा $= \frac{4825}{600} = 8.04$ ऐम्पियर

49. (*c*) वेग नियतांक की इकाई = समय$^{-1}$/सान्द्रता$^{(n-1)}$

जहाँ n = अभिक्रिया की कोटि

प्रश्नानुसार, वेग नियतांक की इकाई = लीटर मोल$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$

$\therefore$ लीटर मोल$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$ $= \frac{\text{सेकण्ड}^{-1}}{(\text{मोल लीटर}^{-1})^{n-1}} = \frac{\text{सेकण्ड}^{-1}}{(\text{लीटर मोल}^{-1})^{1-n}}$

$=$ सेकण्ड$^{-1}$ (लीटर मोल$^{-1}$)$^{n-1}$

अथवा $1 = n - 1$ अथवा $n = 2$

$\therefore$ अभिक्रिया की कोटि = 2

50. (*a*) $t_{1/2} \propto \frac{1}{a^{n-1}}$

जब $n = 4 \Rightarrow t_{1/2} \propto \frac{1}{a^3}$

अतः अभिक्रिया की कोटि = 4

MATHEMATICS

51. (*a*) (a) यहाँ समुच्चय A तथा B के सभी अवयव समान हैं जोकि a, b, c तथा d हैं। अतः $A = B$

(b) यहाँ, A का अवयव 12 है लेकिन B का नहीं है। तथा B का अवयव 18 है लेकिन A का नहीं है। इस प्रकार A तथा B के सभी अवयव समान नहीं हैं। अतः $A \neq B$

(c) यहाँ, $A = \{x : x, 10 \text{ का गुणज है}\}$ अर्थात्
$A = \{10, 20, 30, 40, \ldots\}$ तथा $B = \{10, 15, 20, 25, 30\ldots\}$
स्पष्टतः $A \neq B$ क्योंकि समुच्चय A तथा B के सभी अवयव समान नहीं हैं।

52. (*a*) $(fof)x = f\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = \dfrac{\dfrac{x}{x-1}}{\left(\dfrac{x}{x-1}\right)-1} = x$

$\Rightarrow \quad (fofof)x = f(fof)x = f(x) = \dfrac{x}{x-1}$

$\therefore \quad (fofof\ldots 19 \text{ बार})(x) = \dfrac{x}{x-1}$

53. (*b*) दिया है, $f(x) = \dfrac{1}{1-2\cos x}$

हम जानते है कि, $-1 \le \cos x \le 1$

$\Rightarrow \quad -2 \le 2\cos x \le 2$

$\Rightarrow \quad -2 \le -2\cos x \le 2$

$\Rightarrow \quad 1-2 \le 1-2\cos x \le 2+1$

$\Rightarrow \quad -1 \le 1-2\cos x \le 3$

$\Rightarrow \quad -1 \le \dfrac{1}{1-2\cos x} \le \dfrac{1}{3}$

54. (*b*) $\log 2$, $\log(2^n-1)$ तथा $\log(2^n+3)$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$\therefore \quad 2\log(2^n-1) = \log 2 + \log(2^n+3)$

$\Rightarrow \quad (2^n-1)^2 = 2(2^n+3)$

$(2^n)^2 - 4(2^n) - 5 = 0$

$\Rightarrow \quad (2^n)^2 - 5\cdot(2^n) + (2^n) - 5 = 0$

$\Rightarrow \quad 2^n(2^n-5) + 1(2^n-5) = 0$

$\Rightarrow \quad (2^n-5)(2^n+1) = 0$

$2^n - 5 = 0 \qquad (\because 2^n \neq -1)$

$\Rightarrow \quad 2^n = 5$

$\Rightarrow \quad n = \log_2 5$

55. (*b*) $(\underbrace{666\ldots6}_{n \text{ अंक}}) = 6 + 6\times10 + 6\times10^2 + \ldots + 6\times10^{n-1}$

$= 6(1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^{n-1})$

$= \dfrac{6}{9}(10^n-1) = \dfrac{2}{3}(10^n-1)$

इसी प्रकार, $(\underbrace{888\ldots8}_{n \text{ अंक}}) = \dfrac{8}{9}(10^n-1)$

अतः अभीष्ट योगफल है

$= \dfrac{4}{9}(10^n-1)^2 + \dfrac{8}{9}(10^n-1)$

$= \dfrac{4}{9}(10^{2n} - 2\cdot10^n + 1 + 2\cdot10^n - 2)$

$= \dfrac{4}{9}(10^{2n}-1)$

56. (*a*) $(z+3)(\bar{z}+3) = z\bar{z} + 3z + 3\bar{z} + (3)^2$

$= |z|^2 + 3\left(\dfrac{z+\bar{z}}{2}\right)\times 2 + 3^2 \qquad (\because |z|^2 = z\bar{z})$

$= |z|^2 + 2\times3\times|z| + 3^2$

$= |z+3|^2$

$= i + i^2 = i - 1$

57. (*c*) $\dfrac{1+i\cos\theta}{1-2i\cos\theta} = \dfrac{1+i\cos\theta}{1-2i\cos\theta}\times\dfrac{1+2i\cos\theta}{1+2i\cos\theta}$

$= \dfrac{1+3i\cos\theta + 2i^2\cos^2\theta}{1^2 - (2i\cos\theta)^2}$

$= \dfrac{1+3i\cos\theta - 2\cos^2\theta}{1+4\cos^2\theta}$

$= \dfrac{1-2\cos^2\theta}{1+4\cos^2\theta} + \dfrac{i3\cos\theta}{1+4\cos^2\theta}$

चूँकि दिए गए व्यंजक का मान एक वास्तविक संख्या है
अतः काल्पनिक भाग का मान शून्य होना चाहिए

$\therefore \quad \dfrac{3\cos\theta}{1+4\cos^2\theta} = 0$

$\Rightarrow \quad 3\cos\theta = 0$

$\Rightarrow \quad \cos\theta = 0$

$\Rightarrow \quad \theta = 2n\pi \pm \dfrac{\pi}{2}$

58. (*c*) $x^2 - 3|x| + 2 < 0$

$\Rightarrow \quad |x|^2 - 3|x| + 2 < 0$

$\Rightarrow \quad (|x|-1)(|x|-2) < 0$

$\Rightarrow \quad 1 < |x| < 2$

$\Rightarrow \quad -2 < x < -1$ या $1 < x < 2$

$\therefore \quad x \in (-2, -1) \cup (1, 2)$

59. (*d*) हम जानते हैं x के सभी मानों के लिए व्यंजक $ax^2 + bx + c > 0$, यदि $a > 0$ तथा $b^2 < 4ac$

$\therefore (a^2-1)x^2 + 2(a-1)x + 2$ के सभी मानों के लिए धनात्मक है।

$a^2 - 1 > 0$ तथा $4(a-1)^2 - 8(a^2-1) < 0$

$\Rightarrow \quad a^2 - 1 > 0$ तथा $-4(a-1)(a+3) < 0$

$\Rightarrow \quad a^2 - 1 > 0$ तथा $(a-1)(a+3) > 0$

$\Rightarrow \quad a^2 > 1$ तथा $a < -3$ या $a > 1$

$\Rightarrow \quad a < -3$ या $a > 1$

60. (*c*) 8 वर्गों में 6 'X' को ${}^8C_6 = 28$ तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है।
परन्तु इसमें यह भी सम्भव है कि ऊपर वाले या नीचे वाले वर्ग में 'X' न आए। चूँकि प्रत्येक पंक्ति में कम-से-कम 'X' हो इसलिए इन दो सम्भावनाओं को छोड़ देंगे।
अतः अभीष्ट तरीकों की संख्या $= 28 - 2 = 26$

61. (*c*) चूँकि तीन विशेष वस्तुएँ एकसाथ आएगी इसलिए $n-3$ में से $r-3$ व्यक्तियों को चुनना है लेकिन $r-3$ व्यक्तियों को आपस में $(r-2)!$ प्रकार से चुना जा सकता है।
$\therefore$ अभीष्ट क्रमचयों की संख्या

$= {}^{n-3}C_{r-3}(r-2)!$

62. (*d*) $(1 + x + x^2 + x^3)^n = \{(1+x)^n(1+x^2)^n\}$

$= (1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \ldots + {}^nC_nx^n)$
$(1 + {}^nC_1x^2 + {}^nC_2x^4 + \ldots + {}^nC_nx^{2n})$

$\therefore$ x^4 का गुणांक $= {}^nC_2 + {}^nC_2{}^nC_1 + {}^nC_4 = {}^nC_4 + {}^nC_2 + {}^nC_1{}^nC_2$

63. (*b*) $(3+ax)^9$ के प्रसार में व्यापक पद निम्न है

$$T_{r+1} = {}^9C_r\, 3^{9-r} a^r x^r$$

x^2 के गुणांक के लिए $r = 2$ रखने पर,

$$T_{2+1} = {}^9C_2 3^{9-2} a^2 x^2 \quad \ldots(i)$$

$\therefore x^2$ का गुणांक $= {}^9C_2 3^7 a^2$

x^3 के गुणांक के लिए $r = 3$ रखने पर,

$$T_{3+1} = {}^9C_3 3^{9-3} a^3 x^3 = {}^9C_3 3^6 a^3 x^3$$

$\therefore$ x^3 का गुणांक $= {}^9C_3 3^6 a^3$ ...(ii)

प्रश्नानुसार, x^2 का गुणांक $= x^3$ का गुणांक

$\therefore$ ${}^9C_2 3^7 a^2 = {}^9C_3 3^6 a^3$ [समी (i) व (ii) से]

$\Rightarrow$ $\frac{9\times 8}{2} \times 3 \times 1 = \frac{9\times 8\times 7}{6} \times 1 \times a$

$\Rightarrow$ $\frac{3}{2} = \frac{7}{6} \times a \Rightarrow a = \frac{9}{7}$

64. (*a*) $\frac{1}{m} = \frac{\cos(\theta-\phi)}{\cos(\theta+\phi)}$

योगान्तरानुपात से,

$$\frac{1-m}{1+m} = \frac{\cos(\theta-\phi)-\cos(\theta+\phi)}{\cos(\theta-\phi)+\cos(\theta+\phi)}$$

$$= \frac{2\sin(\theta)\sin(\phi)}{2\cos(\theta)\cos-(\phi)} = \tan\theta\tan\phi$$

$\therefore$ $\left(\frac{1-m}{1+m}\cot\phi\right) = \tan\theta$

65. (*c*) $3(\sin x - \cos x)^4 + 6(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin^6 x + \cos^6 x)$

$= 3(1-\sin 2x)^2 + 6(1+\sin 2x) + 4\{(\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x\cos^2 x\cdot(\sin^2 x + \cos^2 x)\}$

$= 3(1 - 2\sin 2x + \sin^2 2x) + 6 + 6\sin 2x + 4\{1 - 3\sin^2 x\cos^2 x\}$

$= 3\{1 - 2\sin 2x + \sin^2 2x + 2 + 2\sin 2x\} + 4\left\{1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x\right\}$

$= 13 + 3\sin^2 2x - 3\sin^2 2x = 13$

66. (*c*) $\because$ $\cos 2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ $\therefore$ $\frac{1-\tan^2 15^\circ}{1+\tan^2 15^\circ} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

67. (a) $r_1 - r = r_2 + r_3$

$\Rightarrow$ $\frac{\Delta}{s-a} - \frac{\Delta}{s} = \frac{\Delta}{s-b} + \frac{\Delta}{s-c}$

$\Rightarrow$ $\frac{s-s+a}{s(s-a)} = \frac{s-c+s-b}{(s-b)(s-c)}$

$\Rightarrow$ $\frac{a}{s(s-a)} = \frac{a}{(s-b)(s-c)}$

$\Rightarrow$ $s^2 - (b+c)s + bc = s^2 - as$

$\Rightarrow$ $s(-a+b+c) = bc$

$\Rightarrow$ $\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2} = bc$

$\Rightarrow$ $(b+c)^2 - a^2 = 2bc$

$\Rightarrow$ $b^2 + c^2 + 2bc - a^2 = 2bc$

$\Rightarrow$ $b^2 + c^2 = a^2$

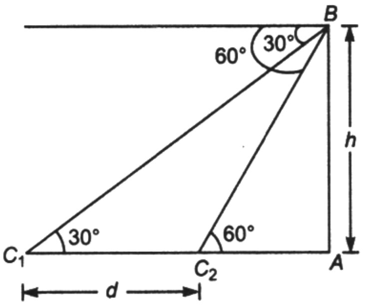
$\therefore$ $\angle A = 90^\circ$

अतः यह त्रिभुज समकोणीय त्रिभुज है।

68. (c) माना पेड़ की ऊँचाई $AB = h$ मी है।

ΔBAC_2 में, $\tan 60^\circ = \frac{h}{AC_2}$

$\Rightarrow$ $AC_2 = h\cot 60^\circ$ ...(i)



69. (*d*) माना $P(h,k)$ अभीष्ट बिन्दु है, तब

$$4PA^2 = 9PB^2$$

$\Rightarrow$ $4(h^2+k^2) = 9(h-4)^2 + 9(k+3)^2$

$\Rightarrow$ $4h^2 + 4k^2 = 9(h^2 + 16 - 8h) + 9(k^2 + 9 + 6k)$

$\Rightarrow$ $5h^2 + 5k^2 - 72h + 54k + 225 = 0$

$\therefore$ *P* के बिन्दुपथ का समीकरण निम्न है,

$$5x^2 + 5y^2 - 72x + 54y + 225 = 0$$

70. (*c*) चूँकि $x + y = |a|$ तथा $ax - y = 1$ प्रथम चतुर्थांश में प्रतिच्छेद करती है।

$\therefore x$ तथा y का अन्तःखण्ड धनात्मक है।

$\therefore$ $x = \frac{1+|a|}{1+a} \geq 0$ तथा $y = \frac{a|a|-1}{a+1} \geq 0$

$\Rightarrow$ $1 + a \geq 0$ तथा $a|a| - 1 \geq 0$

$\Rightarrow$ $a \geq -1$ तथा $a|a| \geq 1$ ...(i)

यदि $-1 \leq a < 0$

$\Rightarrow$ $-a^2 > 1$ (असम्भव)

यदि $a \geq 0$

$\Rightarrow$ $a^2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 1$

$\therefore$ $a > 1$ या $a \in [1, \infty)$

71. (*b*) माना $E = \sum_{r=0}^{n} (-1)^r\, {}^nC_r \left(\frac{1+rx}{1+nx}\right)$

$= \left(\frac{1}{1+nx}\right) \sum_{r=0}^{n} (-1)^r\, {}^nC_r (1+rx)$

$= \left(\frac{1}{1+nx}\right) \cdot \left\{\sum_{r=0}^{n} (-1)^r \cdot {}^nC_r + x\sum_{r=0}^{n} r(-1)^r\, {}^nC_r\right\}$

$= \left(\frac{1}{1+nx}\right)\{0 + 0\} = 0$

[$\because$ ${}^nC_0 - {}^nC_1 + {}^nC_2 - {}^nC_3 + \ldots (-1)^n\, {}^nC_n = 0$ तथा ${}^nC_1 - 2\,{}^nC_2 + 3\,{}^nC_3 - \ldots = 0$]

72. (*d*) माना α तथा β समीकरण

$x^2 - (a-2)x - a - 1 = 0$ के मूल हैं, तब

$\alpha + \beta = a - 2$ तथा $\alpha\beta = -a - 1$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$\Rightarrow$ $\alpha^2 + \beta^2 = (a-2)^2 + 2(a+1)$

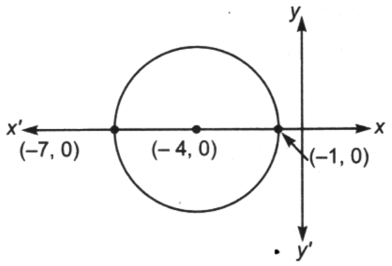
$\Rightarrow$ $\alpha^2 + \beta^2 = a^2 - 2a + 6$

$\Rightarrow$ $\alpha^2 + \beta^2 = (a-1)^2 + 5$

$\alpha^2 + \beta^2$ का मान न्यूनतम होगा, यदि $a - 1 = 0$

$\Rightarrow$ $a = 1$

73. (*c*) $|z+4| \leq 3$, केन्द्र $(-4, 0)$ तथा त्रिज्या 3 के वृत्त का समीकरण है। चूँकि -1 व्यास का एक सिरा है। अतः $|z+1|$ का महत्तम मान 6 है।



74. $(a) \because (x+1)+(x+4)+(x+7)+\ldots+(x+28)=155$

माना बाएँ पक्ष में समान्तर श्रेणी के पदों की संख्या n है।

$\therefore \quad x+28=(x+1)+(n-1)3$

$\Rightarrow \quad n=10$

$\therefore \quad S_{10}=\frac{10}{2}[(x+1)+(x+28)]=155$

$$\left\{\because S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]\right\}$$

$\Rightarrow \quad x=1$

75. $(b)\ \sin^3 x \sin 3x=\sum_{m=0}^{n} c_m \cos mx$

अब, $\sin^3 x \sin 3x=\frac{1}{4}(3\sin x-\sin 3x)\sin 3x$

$$=\frac{3}{8}\cdot 2\sin x\sin 3x-\frac{1}{8}\cdot 2\sin^2 3x$$

$$=\frac{3}{8}(\cos 2x-\cos 4x)-\frac{1}{8}(1-\cos 6x)$$

$$=-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\cos 2x-\frac{3}{8}\cos 4x+\frac{1}{8}\cos 6x \quad \ldots(i)$$

दायाँ पक्ष $=\sum_{m=0}^{n} c_m \cos mx$

$$=c_0+c_1\cos x+c_2\cos 2x+c_3\cos 3x+\ldots+c_n\cos nx \quad \ldots(ii)$$

समी (i) तथा (ii) की तुलना करने पर, $n=6$